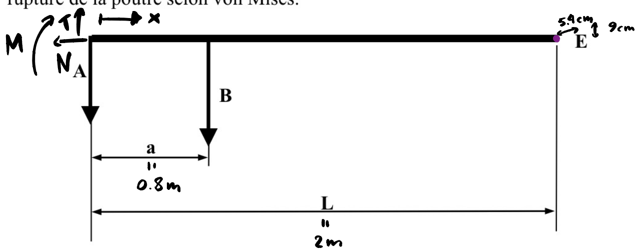
STI-IMX-LPAC
MSE-205
pierre-etienne.bourban@epfl.ch

# Résistance des matériaux 2025
# Exercices 8.1

## Question 8.1 Flèche en A

Une poutre encastrée subit les charges concentrées A = 800N et B = 1000N indiquées sur la figure. Sa longueur L est de 2m et la distance a entre les forces est de 80cm. Sa section rectangulaire à une largeur de 5.4 et une hauteur de 9 cm.

a) Déterminer les réactions et moments au point d'encastrement E.
b) Donner le long de la poutre les diagrammes et les valeurs de l'effort tranchant et du moment de flexion.
c) Calculer la flèche au point A si le module de Young de l'acier utilisé est de 210 GPa et le moment d'inertie de la section I = 328 cm$^4$.
d) Calculer la contrainte limite élastique minimale que doit posséder l'acier pour éviter la rupture de la poutre selon von Mises.



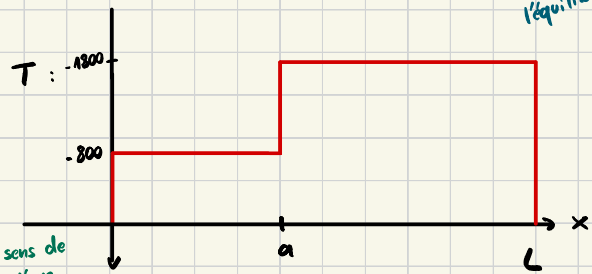

## Ex 1

a) $F_E = -F_A - F_B = 1800$ [N]

$M_E = -LF_a - (L-a)F_B = -2800$ [N·m]

La force et le moment en E devant être de même intensité et de signe opposé que la somme des deux autres forces/moments pour garantir l'équilibre statique

b) T :

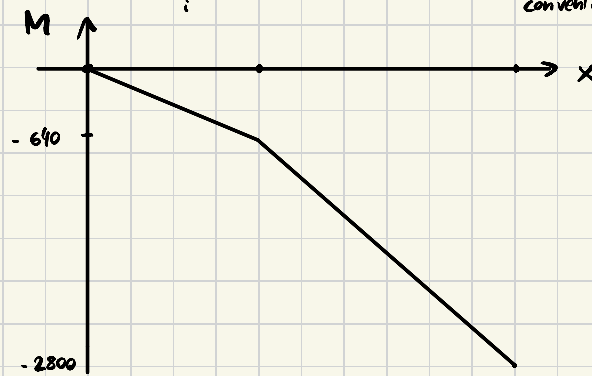



⚠ sens de l'axe

M : $0 \to a : \sum_i M_i = -F_a x$

$a \to L : \sum_i M_i = -F_a x - F_B(x-a)$

On fait avancer la section de gauche à droite en prenant en compte les moments "derrière" selon la convention NTM



c) $\delta_A = \dfrac{\partial U}{\partial F_A}$ $\qquad U = \displaystyle\int \frac{M^2 dx}{2EI}$ } Expression de U venant du cours

Thm Castigliano en A

bornes et valeurs du moment total reprises du point b

$$\Rightarrow U = \int_0^a \frac{F_a^2 x^2}{2EI}\, dx + \int_a^L \frac{(-F_a x - F_B(x-a))^2}{2EI}\, dx$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial F_a} = \int_0^a \frac{(-F_a x)}{EI} \cdot (-x)\, dx + \int_a^L \frac{(-F_a x - F_B(x-a))}{EI} \cdot (-x)\, dx$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial F_a} = \frac{F_a a^3}{3EI} + \left[ \frac{F_a x^3}{3EI} + \frac{F_B x^3}{3EI} - \frac{F_B a x^2}{2EI} \right]_a^L$$

$$= \cancel{\frac{F_a a^3}{3EI}} + \frac{F_a (L^3 - \cancel{a^3})}{3EI} + \frac{F_B (L^3 - a^3)}{3EI} - \frac{F_B a (L^2 - a^2)}{2EI}$$

$$= \frac{F_a L^3}{3EI} + \frac{F_B a^3}{6EI} + \frac{F_B L^2 (2L - 3a)}{6EI} \cong 0.004769698\ [m] = 4.77\ [mm]$$

Ainsi, la poutre s'abaisse verticalement de 4.77 mm au point A.